Algorithme : une mise en place avec des élèves de seconde
Stéphane Godrie

Introduction

Je voulais mettre en place un algorithme avec en vue un certain nombre de critères ou objectifs :

- Construire progressivement un algorithme (sans passer par une étape de lecture ou par une application directe (et artificielle) à une notion du programme de seconde)

- Le faire à partir d'une résolution de problème (que la programmation ne soit pas une fin en soi mais issue de raisonnements mathématiques à partir d'un problème)

- Que l'algorithme soit relativement simple : que les sorties puissent être vérifiées rapidement par les élèves, que les instructions soient minimes, ici on se limite au SI … ALORS … SINON … (pas de boucle).

- Appliquer l'algorithme au tableur (outil déjà connu des élèves) puis le faire tourner sur un logiciel de programmation simplifié : Algobox.

Ainsi, mon choix s'est porté sur un problème basé sur les nombres entiers. D'une part parce que les élèves les manipulent depuis des années, d'autre part parce que le problème peut être pris par les élèves comme un jeu de logique.
Le problème (non soumis de cette manière aux élèves) est de déterminer les entiers positifs vérifiant l'écriture $p^2 – r^2$, p et r entiers avec $p – r = 2$.

La mise en place de l'ensemble s'est déroulée en plusieurs parties :

<u>1ère partie</u> : Analyse du problème et recherche de méthodes par des conjectures et preuves. Travail par groupes.

<u>2ème partie</u> : Synthèse en classe entière des comptes-rendus de recherche des élèves pour dégager une méthode de résolution du problème (bilan généralisé des démonstrations et conjectures).

<u>3ème partie</u> : Ecriture par les élèves d'un algorithme cohérent en langage naturel. Préparer le passage à l'application sur tableur.

<u>4ème partie</u> : Ecriture d'un algorithme structuré pouvant passer directement sur machine à partir d'une synthèse en classe entière des algorithmes écrits par les élèves.

<u>5ème partie</u> : Programmation sous le logiciel Algobox (logiciel découvert après l'application sur tableur).

<u>**Algorithme Partie 1**</u> :

<u>Analyse du problème et recherche (conjecture et preuve)</u>.

On peut concevoir cette partie comme un devoir maison avec par exemple un énoncé du type suivant ou comme un travail de recherche par groupes en classe où l'on découvre au fur et à mesure les étapes de la problématique.

<u>Enoncé</u> :

Pierre a remarqué que certains multiples de 4 s'écrivent comme la différence de deux carrés de nombres entiers : $\mathbf{4 = 2^2 - 0^2}$ $\mathbf{8 = 3^2 - 1^2}$ $\mathbf{12 = 4^2 - 2^2}$

1) Exprimer ainsi les multiples de 4 suivants : 16, 20, 24 ….. jusqu'à 36.
2) Que peut-on conjecturer sur la forme de la différence de ces deux carrés ?
   Sans calcul, conjecturer les nombres p et r tels que $80 = p^2 - r^2$.
3) Soit n un entier naturel quelconque, développer l'expression : $\mathbf{E = (n+1)^2 - (n-1)^2}$.
   Que peut-on en déduire concernant la remarque de Pierre ? (Résumer en écrivant ce que l'on a découvert et écrire une méthode, un processus qui peut décrire ce que l'on a dégagé)

<u>**Déroulement de la séance avec les élèves**</u>

La séance débute par la constitution de groupes de 4 élèves et la consigne de répondre aux questions de l'énoncé en travaillant ensemble et en communiquant.

<u>**1ère étape des élèves**</u> : comprendre l'écriture du nombre multiple de 4.

Observer la différence, le carré des entiers et le lien de ces derniers.
Les élèves communiquent peu et avancent individuellement sur la question 1). Pas de question posée de la part des élèves.

<u>**2ème étape**</u> : réponse à la question 1)

Les groupes réussissent rapidement.
Deux groupes proposent : $16 = 4^2 - 0^2$
$20 = 5^2 - 3^2$
$24 = 5^2 - 1^2$
Il faut l'intervention des autres groupes pour comprendre l'écriture attendue de 24.

<u>**3ème étape**</u> : Porter le raisonnement pour l'écriture de 80.

Différentes méthodes sont proposées :

- Une méthode complète la liste de 36 à 80.
- Une 2ème consiste à procéder par tâtonnement (les élèves essayent $20^2 - 18^2$ puis trouvent, d'autres font pour 40 et multiplient les valeurs par deux et affinent leur recherche)
- Une 3ème consiste à compter le nombre de 4 à ajouter de 36 à 80 (11 fois) donc de $36 = 10^2 - 8^2$, les élèves réussissent en ajoutant 11 à p et r, soit $80 = 21^2 - 19^2$.

- Un élève remarque que l'entier (à écrire comme différence) est le double de la somme des entiers non mis au carré ($36 = 10^2 - 8^2$, 36 est le double de $(10 + 8)$).

Un bilan est effectué rassemblant les méthodes.
Les élèves s'aperçoivent grâce aux deux dernières méthodes de l'importance du passage de 4 en 4. On complète alors ensemble la liste établie au 1) en faisant apparaître les multiples de 4. Les élèves établissent alors une conjecture.

Je leur demande l'écriture de 200, ils trouvent immédiatement $51^2 - 49^2$, mais ils ne sont pas sûrs de la réponse et veulent vérifier à la calculatrice. Par là, ils comprennent que l'on a testé pour l'instant sur des valeurs particulières ; il reste à démontrer.

4ème étape : l'égalité E = $(n+1)^2 - (n-1)^2$

Cette partie n'est pas si évidente pour les élèves et prête à beaucoup de discussions de la part des élèves.
Deux groupes sur 8 ne reconnaissent pas les identités remarquables. Les autres utilisent $(a+b)^2$ et $(a-b)^2$ ou factorisent avec $a^2 - b^2$ malgré la consigne de développement.
Trois groupes dégagent bien l'égalité $(n+1)^2 - (n-1)^2 = 4n$ et font le lien avec $80 = 4\times 20 = (20 + 1)^2 - (20 - 1)^2$.

Travail à rendre :

La séance prend fin ; un travail à faire en devoir est à rendre : écrire le compte-rendu de recherche par binôme en donnant toutes les idées, les méthodes utilisées bonnes ou moins bonnes pour répondre aux questions du problème.

Bilan de la séance :

Au début, les élèves ont eu du mal à parler, à communiquer ou même à poser des questions. Puis, quand ils ont essayé de comprendre et de déterminer la suite logique de nombres alors une très bonne participation s'est instaurée. Les élèves confrontaient leurs idées et les échanges au sein d'un groupe fonctionnaient bien. Même les élèves les plus faibles ou les plus en retrait étaient intéressés et participaient à la résolution du problème.
J'ai été surpris par la capacité des élèves à remarquer des éléments logiques, à établir des conjectures et par la diversité des idées ou méthodes dégagées.
Tous les groupes n'ont pas réussi à faire le lien avec les deux dernières questions mais les élèves ont cherché, développé des conjectures, ont été intéressés par le problème ressenti comme un jeu de logique.

Algorithme Partie 2 :
Synthèse en classe entière.

Un bilan est établi par les élèves résumant toutes les questions et surtout une méthode, un procédé pour déterminer si un entier positif non nul peut s'écrire sous la forme $p^2 - r^2$ avec p et r des entiers positifs de différence 2, p – r = 2.
Les étapes du procédé ne sont écrites que sous forme d'implication vue au collège SI … ALORS … .

Les élèves démontrent que :

- Si un nombre entier positif est un multiple de 4 alors il s'écrit 4n et on peut l'écrire sous la forme $(n+1)^2-(n-1)^2$.
- Si un nombre s'écrit sous la forme $p^2 - r^2$, p et r des entiers positifs avec p – r = 2 alors c'est un multiple de 4.

Ils dégagent par là même :

- si un entier n'est pas multiple de 4 alors il ne peut pas s'écrire sous cette forme.

Le processus dégagé par les élèves pour tester si un entier peut s'écrire sous cette forme est appelé algorithme.

Algorithme Partie 3 :

Ecriture par les élèves d'un algorithme cohérent en langage naturel.

Justification de l'algorithme

Pourquoi avoir fait un algorithme alors que le problème était résolu dès la partie 1 et 2 de la séquence ? A cette question, plusieurs raisons :

- une première raison est qu'après avoir décortiqué le problème et tester de manière théorique sur des entiers, nous étions alors arrivés à un algorithme, brut certes, mais un algorithme ; il ne restait plus qu'alors à le formaliser et qu'un pas à franchir pour voir comment la résolution se mettait en place sur une machine.
- deuxième raison, je voulais une situation d'algorithme pouvant être vérifiée mentalement par les élèves dans le cas de petits nombres.
- troisième raison, je voulais montrer que lorsque l'élève peut mentalement et rapidement trouver une réponse sur des petits nombres, le problème ne pose aucun souci de rapidité et de calcul à la machine pour la résolution sur des grands nombres.

L'**objectif** de cette séance est le suivant :
- A partir de la méthode établie en module (partie 1) puis classe entière (partie 2) pour déterminer si un entier naturel peut s'écrire sous la forme $p^2 - r^2$, p et r entiers avec p – r = 2, **passer à l'écriture en langage naturel d'un algorithme cohérent**.

Je voulais donc que les élèves écrivent un algorithme sans que je leur donne l'aspect formel d'un algorithme. Lors du bilan précédent, les élèves avaient tout de même dégagé le découpage en données (entrées), le traitement et les résultats en sorties.

Dans cette $3^{ème}$ partie, je donne aux élèves les consignes suivantes avec trois questions qui demandent :

- le résumé de la méthode établie en classe
- l'analyse de la méthode pour séparer en entrées, traitement, sorties
  en dégageant la condition SI ….ALORS ….SINON … et la traduction de « est un multiple de 4 »
- passer à la mise en place sous tableur pour les élèves les plus rapides.

Enoncé donné aux élèves :

On reprend l'énoncé de la partie 1 en écrivant un algorithme et le mettant en place sur tableur.

1) Résumer rapidement le procédé (la méthode) que l'on a mis en place en classe.

2) Compléter le tableau suivant :

Etapes	Descriptifs	Commentaires éventuels
Données, variables (Préparation du traitement)		
Traitement		
Sorties		

<u>3) Mise en place sur tableur :</u>

- Ouvrir le fichier intitulé « 2nde Algo 1 partie 3 Module élève » (Poste de travail \ Ressources \ Classe \ Maths Godrie).
- Mettre en œuvre l'algorithme en tenant compte des commentaires en rouge.

<u>Déroulement de la séance avec les élèves</u>

Lors de la séance, les réactions des élèves et les difficultés rencontrées sont :

<u>Question 1 :</u>
Les élèves résument assez bien mais il faut recadrer la notation du nombre entier choisi.
Dans la partie 1, on avait écrit E = 4n et dans cette partie les élèves choisissent de prendre n comme l'entier choisi ; du coup, certains élèves font la confusion entre n et 4n.

<u>Question 2</u> : Séparer les étapes du problème
La structure SI … ALORS …. SINON … est dégagée sans soucis de la part des élèves.

Dans l'algorithme, les élèves écrivent « Si n est un multiple de 4 » mais ils ont beaucoup de mal à traduire cette condition en termes de test logique sur des nombres. Ils arrivent plus ou moins à n/4 est un entier (aucun élève ne passe par le reste de la division euclidienne). Dans le premier groupe, des élèves repèrent bien la situation et dégagent le test « n/4 = partie entière de n/4 ».

Les élèves s'aperçoivent que les nombres p et r sont des variables non données mais dont on va avoir besoin lors du traitement et en sorties. Mais plus encore, quelques élèves créent de manière naturelle des variables auxiliaires, q (ou A) pour n/4 pour selon eux simplifier l'écriture du traitement. C'est une surprise inattendue que je reprends évidemment lors du bilan général.

<u>Question 3 :</u>
Je fournis alors aux élèves pour le tableur les fonctions :

- SI(test logique ; valeur si vrai ; valeur si faux) pour le SI … ALORS …. SINON …
- ENT(valeur) pour la partie entière d'un nombre
- les guillemets pour l'affichage du texte.

Puis je leur présente le fichier excel préremplis en partie et les consignes suivantes.

Problème : Peut-on écrire un nombre entier n comme p^2-r^2 avec p et r des entiers vérifiant p-r=2 ?			
Entier naturel testé :	**n=**		commentaire 1 : Saisir un nombre entier naturel (positif non nul) en E4
Le nombre n peut -il s'écrire de cette manière ?			commentaire 2 : à la donnée de n en E4, OUI ou NON doit s'afficher en E6
(OUI ou NON)			
			commentaire 3 : Si OUI en E6 alors afficher en A9 "Le nombre cherché p est
			p=" et en E9, afficher la valeur du nombre p
			commentaire 4 : Si OUI en E6 alors afficher en A11 "Le nombre cherché r est
			r=" et en E11, afficher la valeur du nombre r

Presque 40 à 45 minutes se sont déroulées et les élèves passent trop peu de temps sur tableur.

<u>Algorithme Partie 4</u> :
<u>Ecriture d'un algorithme formalisé en vue d'une programmation.</u>

En classe entière, nous avons fait la synthèse des différents algorithmes développés par les élèves en incluant les variables auxiliaires pour déterminer l'écriture algorithme. Lorsque l'on a utilisé le vocabulaire, j'ai essayé de leur donner des synonymes et d'approcher au plus près le vocabulaire utilisé dans le logiciel Algobox en vue de l'étape suivante de programmation.

L	**Algorithme**	**Commentaires**
1	**VARIABLES, ENTREES**	
2	n EST UN NOMBRE (entier)	n est une donnée, une entrée à saisir
3	q EST UN NOMBRE	q est le quotient n/4
4	e EST UN NOMBRE	e est la partie entière de q (n/4)
5	p EST UN NOMBRE	q, e, p et r sont des variables
6	r EST UN NOMBRE	q, e sont auxiliaires
7	**TRAITEMENT**	on entre une valeur entière
8	SAISIR n	on affecte n/4 à q le quotient : q = n/4
9	q PREND LA VALEUR n/4	on affecte la partie entière de q (n/4) à e
10	e PREND LA VALEUR partie entière(q)	on affecte n/4+1 : p = n/4+1
11	p PREND LA VALEUR n/4+1	on affecte n/4+1 : p = n/4+1
12	r PREND LA VALEUR n/4-1	

SI q = e **ALORS**	**Si n est un multiple de 4**
AFFICHER "OUI, le nombre est un multiple de 4 et peut s'écrire p^2-r^2 avec p-r=2"	alors afficher OUI
AFFICHER "L'entier p est égal à "	Afficher texte réponse de p
AFFICHER p	Afficher variable p
AFFICHER "L'entier r est égal à "	Afficher texte pour r
AFFICHER r	Afficher variable r
SINON	**Sinon**
AFFICHER "NON, le nombre n'est pas un multiple de 4 et ne peut pas s'écrire p^2-r^2 avec p-r=2"	Afficher que n n'est pas un multiple de 4
SORTIES	
Afficher texte	
Afficher p et r	

Je leur fais une présentation rapide du logiciel pour les familiariser avec l'interface et leur montrer la convivialité et la simplicité du langage utilisé (le vidéoprojecteur n'a pas fonctionné ce jour-là et je l'ai fait par la suite).

Algorithme Partie 5 :
Programmation sous le logiciel Algobox.

L'objectif principal de cette séance (et final de cette séquence) est bien sûr de faire tourner l'algorithme du problème traité depuis quelques temps. Mais comme les élèves ont finalement bien préparé et dégagé cette séance (il ne reste plus qu'à trouver les bons boutons pour écrire l'algorithme établie en classe à la séance précédente), je leur ai aussi préparé une série d'algorithmes à faire tourner directement en lien avec le programme de seconde que nous abordons en même temps en classe, à savoir les équations de droites.

Je débute ainsi cette séance en donnant l'énoncé suivant aux élèves :

énoncé donné aux élèves lors de la partie 5 :

1) **Programmer sous algobox le problème étudié lors des séances précédentes à savoir :**

Un entier positif non nul peut-il s'écrire sous forme $p^2 - r^2$ avec p, r entiers et $p - r = 2$?

Si oui, alors afficher les valeurs de p et r.

des remarques :

- les variables entières sont à déclarer comme un nombre.
- q = e s'écrit q == e (deux signes égals)
- la partie entière est **floor**
- lorsque l'on utilise l'instruction **Afficher** , on peut demander de revenir à la ligne à la fin de l'affichage en cochant la case correspondante.

- l’instruction SI … ALORS… est par défaut ; pour avoir le SINON…, cocher la case correspondante.
- Pour vous aider, penser à lire le texte en jaune quand vous utilisez une nouvelle opération.
- On peut copier et coller des lignes d’instruction (ou couper-coller aussi) avec ctrl-c et clrl-v (ou clrl-x et ctrl-v).
- Lorsque l’on fait « Tester le programme », on peut définir le mode pas à pas en le cochant. Le programme se lance en effectuant les instructions pas à pas à la demande (continuer). Cela permet de voir tourner le programme et de détecter éventuellement des erreurs.

2) **Des exercices :**
Pour chacun des exercices, écrire les entrées, des variables et les sorties. Ecrire d’abord un algorithme à la main, puis le faire tourner sous algobox.

Exercice 1 :
Soient A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points du plan dans un repère.
Ecrire un programme, un algorithme sous algobox, donnant la forme d’une équation de la droite (AB) entre x = c et y = mx + p (sans calculer c, m et p)

Exercice 2 :
Soient A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points du plan dans un repère.
Ecrire un programme, un algorithme sous algobox, donnant le coefficient directeur m de la droite (AB) dans le cas où il existe.

Exercice 3 :
Soient A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points du plan dans un repère.
Ecrire un programme, un algorithme sous algobox, donnant une équation de la droite (AB).

Fin de l’énoncé

La programmation sous algobox s’effectue de manière similaire au langage naturel :

Algorithme

```
VARIABLES
   n  EST UN NOMBRE
   q  EST UN NOMBRE
   e  EST UN NOMBRE
   p  EST UN NOMBRE
   r  EST UN NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  SAISIR  n
  q  PREND LA VALEUR n/4
  e  PREND LA VALEUR floor(q)
  p  PREND LA VALEUR n/4+1
  r  PREND LA VALEUR n/4-1
```

```
SI  (q == e) ALORS
      DEBUT  SI
      AFFICHER "OUI, le nombre est un multiple de 4 et peut s'écrire
      p^2-r^2 avec p-r=2"
      AFFICHER "L'entier p est égal à "
      AFFICHER p
      AFFICHER "L'entier r est égal à "
      AFFICHER r
      FIN  SI
      SINON
          DEBUT  SINON
          AFFICHER "NON, le nombre n'est pas un multiple de 4 et ne
          peut pas s'écrire p^2-r^2 avec p-r=2"
          FIN  SINON
FIN_ALGORITHME
```

Déroulement de la séance avec les élèves

Je laisse les élèves se familiariser avec l'interface d'algobox ; les élèves recherchent eux-mêmes les commandes à écrire. Les élèves progressent dans la programmation à leur rythme et butent sur des difficultés particulières :

- trouver la commande correspondante à l'instruction de l'algorithme : « Lire variable pour « saisir n » par exemple.
- Algobox a un défaut dans l'arborescence du SI … ALORS … (problème de traduction ?). Après le ALORS, il affiche « DEBUT_SI » et « FIN_SI ». Du coup, la plupart des élèves ne saisit pas tout de suite où taper les instructions du ALORS.
- Certains élèves ont du mal à saisir la différence entre p et la valeur de p. Des élèves confondent ainsi l'instruction « Afficher variable » et « Afficher message ».
- les élèves oublient de cocher le retour à la ligne dans la commande « Afficher message » et des messages affichés sont parfois incompréhensibles (« oui, le nombre n est un multiple de 42119 » au lieu de « oui, le nombre n est un multiple de 4. Les nombres p et r sont 21 et 19).
- pour l'exercice 1, les élèves comprennent assez bien l'algorithme à écrire mais oublient dans leur programme l'instruction « Saisir » les données et se retrouvent avec un test d'algorithme sans invite.

De manière générale, pour une première programmation et plutôt longue, les élèves arrivent à passer de l'algorithme à la programmation. Certains s'en sortent brillamment et d'autres n'y arrivent quasiment pas même avec mon aide ou celle d'élèves (une sorte de blocage face une notion trop nouvelle ou différente du cadre habituel des mathématiques ?). De plus, les élèves ont une bonne attitude lors du test du programme, ils s'aperçoivent d'erreurs d'affichages ou d'instructions et corrigent les erreurs au fur et à mesure (je n'ai pas eu besoin pour l'instant de leur montrer le mode « pas à pas »).

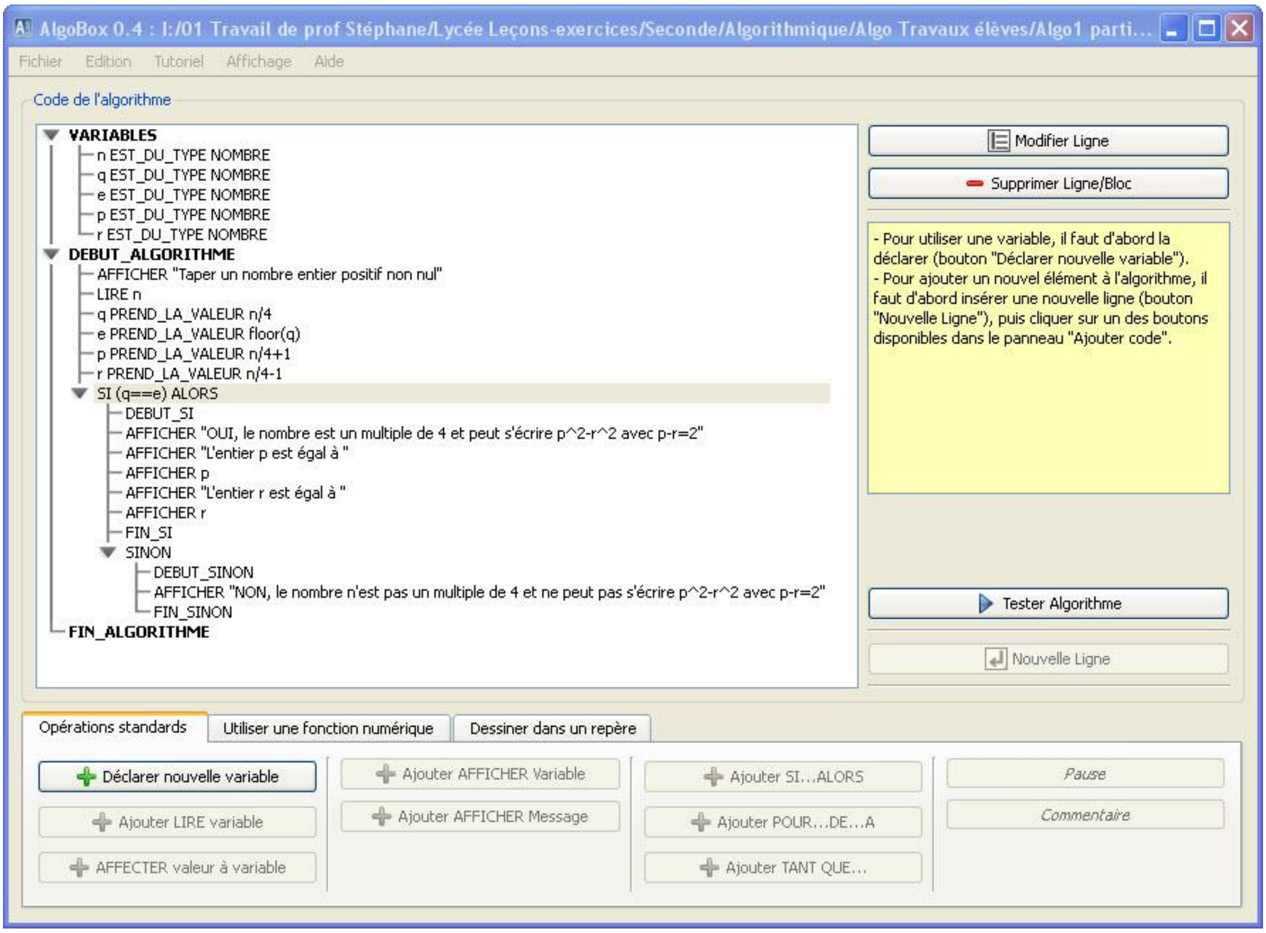
Pourquoi avoir choisi le logiciel algobox ?

(disponible à l'adresse du site officiel suivante : http://www.xm1math.net/algobox/index.html)

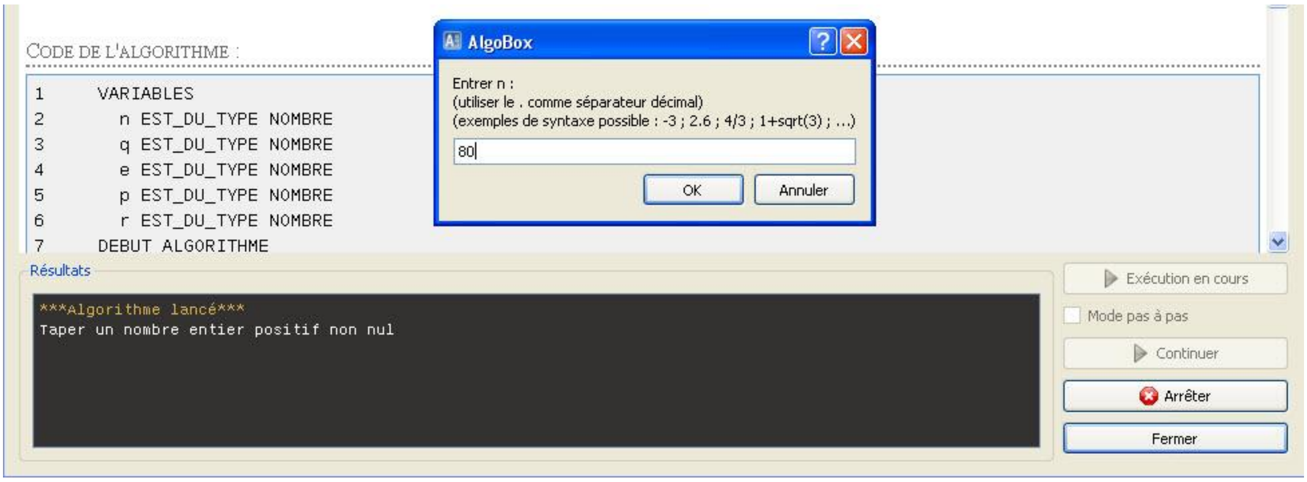
Plusieurs caractéristiques du logiciel m'ont séduit avec entre-autres :

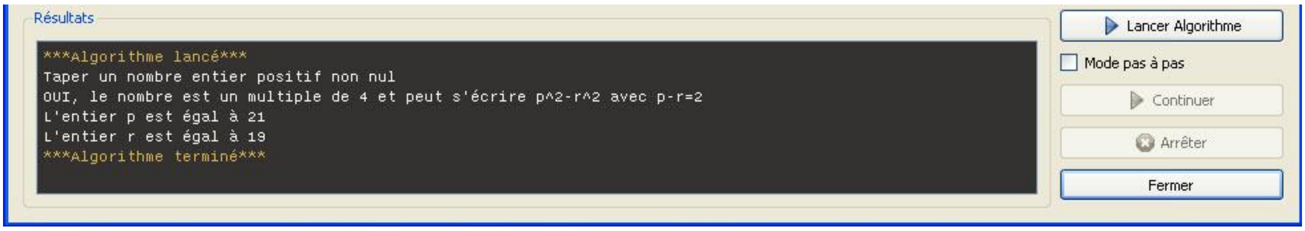
- la programmation s'effectue presque en langage naturel
- les instructions se font à l'aide de boutons dans une interface sobre et non désagréable (tout est disponible visuellement)
- lorsque l'on enclenche une instruction une fenêtre s'ouvre dans laquelle il n'y a plus qu'à suivre les consignes avec en plus une aide immédiatement disponible
- l'arborescence d'une instruction comme par exemple un « SI … ALORS … » s'effectue automatiquement (il ne reste plus qu'à compléter notre SI et notre ALORS)
- l'affichage de texte se fait très simplement (et on peut insérer des commentaires)
- le logiciel dispose d'un mode « Pas à Pas » où les instructions s'effectuent au fur et à mesure.

Voici l'interface dans le cas de notre problème :



et l'interface après avoir testé l'algorithme :





<u>Conclusion</u> :

L'algorithme reste difficile pour les élèves ; des difficultés à structurer sa pensée, organiser une démarche, à dégager les données, variables, à établir une instruction et à dégager les bonnes conditions. De plus, les élèves ressentent un algorithme comme parfois une épreuve théorique supplémentaire. Tant que l'on n'a pas fait tourner l'algorithme, ce dernier est ressenti comme abstrait. Finalement, l'ensemble des élèves a trouvé que le problème et l'écriture d'un algorithme étaient intéressants mais que la programmation était difficile.

Lorsque l'algorithme a été introduit dans le programme, j'ai ressenti une certaine appréhension à le mettre en œuvre et encore davantage à le faire tourner mais j'ai pu constater que ce thème pouvait être un prétexte à appliquer, développer pleinement des raisonnements mathématiques, à résoudre des problèmes. C'est une notion nouvelle, pas vraiment évidente à saisir pour les élèves et je pense donc rester modeste sur le niveau d'exigence (surtout dans la programmation) et progressif dans la mise en place.

Avant de me lancer dans la mise en place d'algorithme, je ne comptais pas faire tourner les algorithmes sinon sur tableur ou sur calculatrice (même si ce n'est vraiment pas convivial ou pratique). Les différents logiciels de programmation ne m'ont pas vraiment convaincus. Soit ils sont trop typés langage de programmation, soit la mise en place sur des logiciels dits conviviaux reste une épreuve supplémentaire difficile à surmonter. Jusqu'à la rencontre tardive avec Algobox (après l'application des élèves sur tableur) avec lequel je me suis surpris à appliquer les algorithmes sans effort et à découvrir une certaine satisfaction à les voir tourner.

Annexes : Des extraits de travaux d'élèves et les énoncés

Extrait de travaux d'élèves

Extraits illustrant des méthodes développées par les élèves lors de la partie 1 :

méthode par liste complète :

On a utilisé la methode de Pierre, on a exprimé les multiples de 4 allant de 16 à 36 de la manière suivante:
$16 = 5^2 - 3^2$ $20 = 6^2 - 4^2$ $24 = 7^2 - 5^2$ $28 = 8^2 - 6^2$
$32 = 9^2 - 7^2$ $36 = 10^2 - 8^2$
on conjecture que les deux carrés ont une différence de 2.
ex: $16 = 5^2 - 3^2$ 5 et 3 ont 2 comme difference car $5 - 3 = 2$.
Ensuite, on calcule 80 de la même manière mais avant de trouver le resultat on a continué la liste jusqu'à 80 et on obtient:
$40 = 11^2 - 9^2$ $44 = 12^2 - 10^2$ $48 = 13^2 - 11^2$ $52 = 14^2 - 12^2$
$56 = 15^2 - 13^2$ $60 = 16^2 - 14^2$ $64 = 17^2 - 15^2$ $68 = 18^2 - 16^2$
$72 = 19^2 - 17^2$, $76 = 20^2 - 18^2$ et $80 = 21^2 - 19^2$

méthode par tâtonnement :

J'ai aussi fait le Hasard avec la calculatrice. On a fait $20^2 - 18^2 = 76$ et $76 + 4 = 80$ donc on a ensuite fait $21^2 - 19^2 = 80$.

méthode directe par multiple de 4 :

On nous donne le nombre 80 est on dit de trouver les conjoncteurs des nombres p et q
$80 = p^2 - q^2$.
pour aller de $36 = 10^2 - 8^2$ on a 4 fois 11.
donc de 36 a 80 on a 11 fois 4, et de 10 ajoutent
$11 = 21$ et $8 + 11 = 19$ donc $80 = 21^2 - 19^2$

méthode d'après la remarque sur somme :

2) On ne peut conjecturer qu'il y a toujours une différence de 2 entre les nombres mis au carré, et que ces deux nombres sans les carrés, lorsqu'on les additionnes, leurs somme est égale à la moitié de multiple de 4 que l'on retranscrit

$80 = p^2 - R^2$ $\quad P + R = \frac{80}{2}$

$80 = 21^2 - 19^2$ $\quad 21 + 19 = 40 = \frac{80}{2}$

Compte-rendu sur la partie utilisant du calcul littéral :

3) On a voulu faire $E = (n+1)^2 - (n-1)^2$ pour $n = 300$

$E = (300+1)^2 - (300-1)^2$

$E = (90000+1) - (90000+1)$

$E = 90001 - 90001$

$E = 0$

Mais finalement on a compris on nous a pas dit de choisir mais on nous a dit soit n un entier naturel quelconque.

Et puis on a essayé de faire $E = (n+1)^2 - (n-1)^2$

$E = (n^2+1) - (n^2 - 1)$ trompé

$E = n^2 + 1 - n^2 + 1$

$E = n^2 - n^2 + 1 + 1$

$E = 0 + 2$

$E = 2$

On a voulu faire :

$E = (n+1)^2 - (n-1)^2$

$E = (n \times n + 1 \times 1) - (n \times n - 1 \times (-1))$

$E = (n^2 + 1) - (n^2 + 1)$ trompé

$E = n^2 + 1 - n^2 - 1$

$E = n^2 - n^2 + 1 - 1$

$E \;\; 0$

$E = (m+1)^2 - (m-1)^2$; $E = (m^2 + 2m + 1) - (m^2 - 2m + 1)$

$E = m^2 + 2m + 1 - m^2 + 2m - 1$

$E = 4m$

$4m = (m+1)^2 - (m-1)^2$

$80 = 4 \times 20$

$= 21^2 - 19^2$

$m = 20$

<u>Extraits illustrant des méthodes développées par les élèves lors de la partie 3 :</u>

Un algorithme confus (messages et variables à afficher, taches définies dans le désordre …)

Etapes	Descriptifs	Commentaires éventuels
Données, variables (Préparation du traitement)	n est un nombre en positif non-nulle	$n \neq 0$
Traitement	Si n = nombre entier alors $n = p^2 - r^2$ d'où $p = \frac{4}{n} + 1$ et $r = \frac{n}{4} - 1$ Sinon $n \neq p^2 - r^2$	$\frac{n}{4}$ = Partie entière de $\frac{n}{4}$ $\frac{n}{4} \neq$ Partie entière de $\frac{n}{4}$
Sorties		

Un algorithme sans structure du SI … ALORS (deux SI), variables déclarées par utilité après (n/4=A)

Etapes	Descriptifs
Données, variables (Préparation du traitement)	n est un entier positif
Traitement	$n \div 4$. si le résultat est un nbre entier alors c'est un multiple de 4. si c'est un multiple de 4 alors on prend le résultat on ajoute 1 pour trouver P et on enlève 1 au résultat pr trouver R. $\frac{n}{4} = A$ (A entière) $P = A+1$ et $R = A-1$. si c'est pas un multiple de 4 alors on laisse tombé.
Sorties	Afficher P = … R = …

Un algorithme avec structure du SI … ALORS mais les instructions ne sont pas séparés (mélange entre messages, variables à afficher et affectations)

Etapes	Descriptifs
Données, variables (Préparation du traitement)	N est un nombre entier, p aussi On test si N peut s'écrire comme la différence de carré
Traitement	Si N est un multiple de 4 alors on peut écrire : $p = \frac{N}{4} + 1$ et $r = \frac{N}{4} - 1$ Sinon on ne peut pas
Sorties	afficher p et r

Un algorithme avec création de variables intermédiaires

Etapes	Descriptifs	Commentaires éventuels
Données, variables (Préparation du traitement)	n est un entier positif non nul q est un entier positif | nanoul p, r entiers	
Traitement	$q = \frac{n}{4}$ si q = partie entière de q alors $[n = (q+1)^2 - (q-1)^2]$ Conne $p = q+1$ et $r = q-1$; $[n = p^2 - r^2]$ sinon n ne peut pas s'écrire $p^2 - r^2$	multiple de 4 $\frac{n}{4}$ = partie entière de $\frac{n}{4}$ Ent $\left(\frac{n}{4}\right)$
Sorties	r et p si ça marche "pas possible" si ça ne marche pas	

Les énoncés donnés aux élèves

énoncé partie 1

Pierre a remarqué que certains multiples de 4 s'écrivent comme la différence de deux carrés de nombres entiers : $\mathbf{4 = 2^2 - 0^2}$ $\mathbf{8 = 3^2 - 1^2}$ $\mathbf{12 = 4^2 - 2^2}$

1) Exprimer ainsi les multiples de 4 suivants : 16, 20, 24 …..jusqu'à 36.
2) Que peut-on conjecturer sur la forme de la différence de ces deux carrés ?
   Sans calcul, conjecturer les nombres p et r tels que $80 = p^2 - r^2$.

3) Soit n un entier naturel quelconque, développer l'expression : $\mathbf{E = (n+1)^2 - (n-1)^2}$.
Que peut-on en déduire concernant la remarque de Pierre ? (Résumer en écrivant ce que l'on a découvert et écrire une méthode, un processus qui peut décrire ce que l'on a dégagé)

énoncé partie 3

On reprend l'énoncé de la partie 1 en écrivant un algorithme et le mettant en place sur tableur.

1) Résumer rapidement le procédé (la méthode) que l'on a mis en place en classe.

2) Compléter le tableau suivant :

Etapes	Descriptifs	Commentaires éventuels
Données, variables (Préparation du traitement)		
Traitement		
Sorties		

3) Mise en place sur tableur :

- Ouvrir le fichier intitulé « 2nde Algo 1 partie 3 Module élève » (Poste de travail \ Ressources \ Classe \ Maths Godrie).

Mettre en œuvre l'algorithme en tenant compte des commentaires en rouge.

énoncé partie 5

1) **Programmer sous algobox le problème étudié lors des séances précédentes à savoir :**

Un entier positif non nul peut-il s'écrire sous forme $p^2 - r^2$ avec p, r entiers et $p - r = 2$?

Si oui, alors afficher les valeurs de p et r.

des remarques :

- les variables entières sont à déclarer comme un nombre.

- q = e s'écrit q == e (deux signes « = »)
- la partie entière est **floor**
- lorsque l'on utilise l'instruction **Afficher** , on peut demander de revenir à la ligne à la fin de l'affichage en cochant la case correspondante.
- l'instruction SI … ALORS… est par défaut ; pour avoir le SINON…, cocher la case correspondante.
- Pour vous aider, penser à lire le texte en jaune quand vous utilisez une nouvelle opération.
- On peut copier et coller des lignes d'instruction (ou couper-coller aussi) avec ctrl-c et clrl-v (ou clrl-x et ctrl-v).
- Lorsque l'on fait « Tester le programme », on peut définir le mode pas à pas en le cochant. Le programme se lance en effectuant les instructions pas à pas à la demande (continuer). Cela permet de voir tourner le programme et de détecter éventuellement des erreurs.

2) **Des exercices :**
Pour chacun des exercices, écrire les entrées, des variables et les sorties. Ecrire d'abord un algorithme à la main, puis le faire tourner sous algobox.

Exercice 1 :
Soient A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points du plan dans un repère.
Ecrire un programme, un algorithme sous algobox, donnant la forme d'une équation de la droite (AB) entre x = c et y = mx + p (sans calculer c, m et p)

Exercice 2 :
Soient A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points du plan dans un repère.
Ecrire un programme, un algorithme sous algobox, donnant le coefficient directeur m de la droite (AB) dans le cas où il existe.

Exercice 3 :
Soient A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points du plan dans un repère.
Ecrire un programme, un algorithme sous algobox, donnant une équation de la droite (AB).